Łukasiewiczowskie inspiracje w informatyce*

Kazimierz Trzęsicki

Polskie Towarzystwo Informatyczne
Oddział Białostocki

Spis treści

*Artykuł został przygotowany na Wileńskie Seminarium Naukowe: 27–28 marca 2020 r. Z powodu pandemii koronawirusa Seminarium zostało odwołane.

Streszczenie

Jednym z najwybitniejszych przedstawicieli szkoły lwowsko-warszawskiej jest Jan Łukasiewicz. Interesujące jest, jakie znaczenie jego prace w zakresie logiki mają dla informatyki. Standardem w informatyce jest zapis, zwany notacją polską, którego idea wywodzi się z logicznej notacji beznawiasowej Łukasiewicza. Łukasiewicz w logice znany jest przede wszystkim jako twórca logik wielowartościowych. Okazało się, że logiki wielowartościowe choć motywowane filozoficznie mają wielorakie zastosowania w informatyce. Łukasiewicz zainspirował Jaśkowskiego do badań nad dedukcją naturalną. Pomysły i rozwiązania z prac Łukasiewicza czerpał twórca logiki temporalnej Arthur Norman Prior. Zarówno dedukcja naturalna jak i logika temporalna są ważnymi narzędziami współczesnej informatyki.

Jan Łukasiewicz is one of the most distinguished representative of the Lvov-Warsaw School. The importance of his works for computer science (CS) is an interesting question. The Polish Notation, or rather the Reverse Polish Notation, is a standard notation applied in CS. It is based on parentheses-free notation conceived by Łukasiewicz. Creation of many-valued logics is Łukasiewcz's the most important contribution to logic. Though motivated philosophically these logics have some applications in CS. Łukasiewicz stimulated Stanisław Jaśkowski's interest in natural deduction. Łukasiewicz's works inspired Arthur Prior's efforts to create temporal logic. Today natural deduction and temporal logic are important tools of CS.

Key words: Jan Łukasiewicz, Polish notation, many-valued logic, natural deduction, temporal logic

1 Wstęp

W światowych rankingach publikacji naukowych Polska zajmuje dziewiętnastą pozycję. Jest to pozycja dobra zważywszy na potencjał ludnościowy i gospodarczy. Na wyższej czternastej pozycji są polscy matematycy, a zdecydowanie prowadzą logicy, którzy są na dziesiątym miejscu[1]. Niewątpliwie dzisiejsza pozycja polskiej logiki ma podstawy w dorobku logicznej szkoły lwowsko-warszawskiej. Osiągnięcia tej Szkoły i w ogóle logiki polskiej — co zdaje sie paradoksalne — mają znaczenie dla współczesnej informatyki. Technologia informatyczna a szczególnie sztuczna inteligencja są w istocie logiką

stosowaną. Jak czytamy w „Burk-Goldstine-Von Neuman Report” (1987) w sprawie wyboru systemu binarnego (początkowo stosowano dziesiętny):

> An important part of the machine is not arithmetical, but logical in nature. Now logics, being a yes-no system, is fundamentally binary. Therefore, a binary arrangement of the arithmetical organs contributes very significantly towards a more homogeneous machine, which can be better integrated and is more efficient.
> Znacząca część maszyny nie jest arytmetyczna, lecz w istocie logiczna. Obecnie logika, będący systemem tak-nie, jest zasadniczo binarna. Dlatego też binarna aranżacja urządzeń arytmetycznych ma znaczący udział w większej homogeniczności maszyny, dzięki czemu może być lepiej zintegrowana i jest bardziej wydajna.

W niniejszych rozważaniach wskażemy te zagadnienia informatyczne, do których rozwiązania wykorzystano wyniki badań logicznych prowadzonych przez polskich logików[2].

2 Trochę historii

Dla lepszego zrozumienia fenomenu polskiej logiki podam kilka informacji historycznych. Kiedy po ponad 120 latach niewoli Polska odzyskuje niepodległość trzeba odbudowywać i budować na nowo. Trzeba tworzyć polską naukę. Nie zabrakło takich, którzy nawet za cenę własnych karier naukowych, jak w przypadku Kazimierza Twardowskiego, podejmują się tego zadania.

Kazimierz Twardowski (1866-1938), profesor uniwersytetu we Lwowie, powziął ideę nowoczesnej filozofii polskiej, w której znacząca rola przypadała logice. Niewątpliwie odniósł sukces. W historii nauki polskiej był to ewenement.

Ciekawostką jest, że nawet uczono się języka polskiego, aby móc zapoznać się z myślą polskich logików. Wspomina o. Bocheński (Bocheński, 1994b):

> W tych samych latach poznałem także inną świetną stronę Polski ówczesnej, tak zwaną szkołę lwowsko-warszawską. To była szkoła znakomita, sławna w całym świecie. W Monasterze Westfalskim były kursy języka polskiego, na których logicy uczyli się naszego języka, aby móc czytać polskich logików w oryginale. Do Warszawy ciągnęli logicy z najróżniejszych krajów. Niedawno jeszcze spotkałem świetnie po polsku mówiącego logika japońskiego,

> który stamtąd wracał. Bo też osiągnięcia Szkoły były znakomite — myślę, że nie przesadzam, gdy powiem, że w latach międzywojennych Warszawa była jednym z najważniejszych ośrodków studiów logicznych w świecie. [...] Warszawa była naprawdę rodzajem logicznego Eldorado, pełnego twórczych logików. [...] Pierwsze miejsce między logikami polskimi zajmowali Jan Łukasiewicz i Stanisław Leśniewski, oraz uczeń obu, Alfred Tarski. Nie byłem ich uczniem w tym słowa znaczeniu, że nie wysłuchałem ani jednego ich wykładu, ale miałem przywilej poznać ich z bliska.

Ktoś powie, że to opinia Polaka. Podobna opinię wystawili wcześniej niż Bocheński wybitni logicy z Uniwersytetu Hebrajskiego w Jerozolimie, Abraham Fraenkel i Yehoshuah Bar-Hillel (1958) piszą:

> There is probably no country which has contributed, relative to the size of its population, so much to mathematical logic and set theory as Poland.

> Prawdopodobnie nie ma żadnego kraju, który wniósłby, relatywnie do liczby ludności, tak wiele do logiki matematycznej i teorii zbiorów co Polska.

Jesteśmy w Wilnie. W 2019 r. obchodzono setną rocznicę wznowienia działalności uniwersytetu w Wilnie. Z racji miejsca i okoliczności przypomnijmy dwie postaci związane ze szkołą lwowsko-warszawską.

Senat Rzeczpospolitej Polskiej ogłosił rok 2020 rokiem ojca Innocentego Marii Bocheńskiego (1902–1995). Urodził się w Czuszowie, a zmarł we Fryburgu Szwajcarskim. Dominikan, logik, filozof i sowietolog. Jako ochotnik brał udział w wojnie polsko-bolszewickiej, walcząc w 8 pułku ułanów. Kapelan wojsk polskich w okresie II wojny światowej. Podczas kampanii wrześniowej brał udział w bitwie pod Kockiem z Samodzielną Grupą Operacyjną „Polesie" generała Franciszka Kleeberga. Uciekł z niewoli niemieckiej. Do 1940 r. był wykładowcą logiki w Angelicum w Rzymie. Uczestnik bitwy pod Monte Cassino. Od 1945 związany z uniwersytetem we Fryburgu. W latach 1964–66 był jego rektorem. Doradca wielu rządów: niemieckiego za czasów Konrada Adenauera, południowo-afrykańskiego, Stanów Zjednoczonych, Argentyny i Szwajcarii. Barwny życiorys i barwna postać. Ciekawostką jest to, że nie tylko był zapalonym kierowcą, ale mając prawie 70 lat uzyskał licencję lotniczą. We „Wspomnieniach" (1994b) podaje, że w ciągu 14 lat

wykonał 2053 loty jako *pilot in command*. Oprócz bardzo specjalistycznych prac logicznych jest również autorem publikacji filozoficznych, w tym dla niespecjalistów. Dla lżejszej lektury godne polecenia są jego myśli i aforyzmy, a także „Sto zabobonów. Krótki filozoficzny słownik zabobonów" (1994a).

Druga postacią, którą wspomnę z racji miejsca konferencji jest profesor Tadeusz Czeżowski. Urodził się w Wiedniu w 1889 r. a zmarł w Toruniu w 1981 r. Brał udział w organizowaniu na nowo wskrzeszonego uniwersytetu w Wilnie. Za udział w wojnie z bolszewikami został odznaczony Krzyżem Walecznych. W 1920 habilitował się na Uniwersytecie Jana Kazimierza we Lwowie. W latach 1933–1935 był prorektorem, w latach 1935–1937 dziekanem Wydziału Humanistycznego Uniwersytetu Stefana Batorego w Wilnie.

We wrześniu 1943 r. został jako jeden ze stu zakładników aresztowany przez Saugumę. Został zwolniony, kiedy okazało się, że policjant litewski nie został zastrzelony przez Kedyw, lecz przez innego litewskiego policjanta w bójce pijackiej. Przed wyjaśnieniem sprawy Litwini zdążyli już rozstrzelać 10 zakładników w tym profesora medycyny Kazimierza Pelczara i profesora prawa Mieczysława Witolda Gutkowskiego.

W 1945 r. Tadeusz Czeżowski został przesiedlony wraz z innymi pracownikami USB do Torunia. Zaangażował się w budowę Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, gdzie w 1945 r. wygłosił pierwszy wykład w historii UMK. Wykładał do 1960 r., do czasu przejścia na emeryturę.

Oprócz znakomitych dokonań naukowych w zakresie logiki i filozofii oraz osiągnięć organizacyjnych był też zaangażowany społecznie. Wraz z żoną Antoniną i córką Teresą otrzymał pośmiertnie Honorowe Obywatelstwo Izraela oraz medal „Sprawiedliwy wśród Narodów Świata" — państwo Czeżowscy uratowali co najmniej 19 Żydów z wileńskiego getta.

Informatyka ma swoje bardzo dawne początki jednak taka, jaką dzisiaj znamy, zaczęła się w pierwszej połowie XX w. Jej rozwój nie był tak oczywisty, jak by się mogło wydawać z dzisiejszej perspektywy. W 1943 r. prezes IBM, najstarszej firmy wytwarzającej komputery, Thomas Watson przewidywał: I think there is a world market for maybe five computers. A jeszcze w roku 1977 Ken Olsen, założyciel i prezes Digital Equipment Corporation twierdził, że: There is no reason anyone would want a computer in their home[3].

Prace naszych logików, których wyniki znalazły zastosowanie w informatyce nie były tworzone z myślą o ich technicznym wykorzystaniu w ogóle, a w informatyce w szczególności. Jednak to logicy odegrali również, znaczącą rolę

w rozwoju polskiej informatyki. Być może, że był to w jakimś sensie przypadek, jednak kiedy w 1948 roku powstała pierwsza polska placówka zajmująca się komputerami, Grupa Aparatów Matematycznych, profesor Kuratowski na pierwszego kierownika powołał logika i statystyka Henryka Greniewskiego (1930–1972) (Trzęsicki, 2016a). To on inicjował powstanie w 1962 roku Polskiego Towarzystwa Cybernetycznego[4]. Za datę otwierającą historię polskiej informatyki można przyjąć 23 grudnia 1948 r. Romuald W. Marczyński wspomina, że wtedy to w pokoju seminarium matematycznego w Instytucie Fizyki spotkało się sześć osób: prof. Kazimierz Kuratowski, prof. Andrzej Mostowski (logik), dr Henryk Greniewski i trzech inżynierów Krystyn Bochenek, Leon Łukaszewicz oraz Romuald W. Marczyński. Omówiono wówczas możliwości budowy aparatów matematycznych.

Dodajmy przy okazji, że książka Henryka Greniewskiego „Elementy cybernetyki systemem niematematycznym wyłożone" (1959) została przetłumaczona na niemiecki i angielski, francuski i hiszpański oraz do dzisiaj oferowana jest w sprzedaży przez Pergamon Press (1960). Jest też Greniewski autorem „Cybernetyki niematematycznej" (1969). W Niemieckiej Republice Demokratycznej był autorytetem m.in. w zakresie zastosowania cybernetyki (informatyki) w planowaniu gospodarczym (Segal, 1999). Do dzisiaj jego poglądy w tej kwestii są cytowane (Greniewski, 1962).

Odpowiedź na pytanie o znaczenie polskiej logiki dla rozwoju informatyki jest trudna. Wiele idei, które pozornie nie mają związku mogą mieć znaczenie dla tworzenia odpowiedniego klimatu. Wiele przedsięwzięć niezależnie od celów tych, którzy je podejmowali może mieć niespodziewane znaczenie w innych obszarach. Jeśli chodzi o logikę, to (Madey & Sysło, 2000):

> Jednak najbardziej znanym Polakiem w informatyce jest logik, Jan Łukasiewicz.

Już w 1931 r. niemiecki historyk logiki Heinrich Scholz — ten, który w 1943 r. *nach dem Warschauer Vorbild* (na wzór Warszawy) w Niemczech tworzy Institut für mathematische Logik und Grundlagenforschung (Jadacki, 2017, s. 112) — w „Geschichte der Logik" (1931) pisał o nim:

> W ostatnim dziesięcioleciu dzięki Janowi Łukasiewiczowi Polska stała się głównym krajem, Warszawa zaś głównym ośrodkiem badań logistycznych.

3 Notacja beznawiasowa

Jan Łukasiewicz (1876–1956) za cel badań postawił sobie zadanie ekonomizacji środków formalnych, a więc znalezienie notacji, która wymagałaby możliwie mało znaków. Pytał też o niezbędną ilość spójników i w ogóle terminów pierwotnych oraz aksjomatów. Każdy z tych celów został osiągnięty.

Możliwy okazał się zapis formalny bez stosowania nawiasów. Wynik ten Łukasiewicz uzyskał około 1920 r. W „Uwagi o aksjomacie Nicoda i «dedukcji uogólniającej»" (1931, s. 165) podaje, że zasady symboliki beznawiasowej opracował w 1924 r., a w „Aristotle's Syllogistic from the Standpoint of Modern Formal Logic" (1951) pisze, że zapis beznawiasowy stosował już od 1929 r. Po raz pierwszy użył notacji beznawiasowej w artykule *O znaczeniu i potrzebach logiki matematycznej* opublikowanym w (1929b) r. W publikacji obcojęzycznej notacja ta była zastosowana we wspólnym z Alfredem Tarskim artykule „Untersuchungen über den Aussagenkalkül" (1930). Hamblin (1962) jako źródło swojej wiedzy o notacji beznawiasowej wskazuje artykuł „Logika dwuwartościowa" (1921, s. 189) oraz „Elementy logiki matematycznej" (1929a).

O pisaniu spójników przed argumentami mówił na początku lat dwudziestych Chwistek. Jak pisze Woleński (1985, s. 93) symbolika beznawiasowa to coś więcej niż samo pisanie spójników przed argumentami, stąd nie ma konfliktu pomiędzy uznaniem, że twórcą notacji beznawiasowej jest Łukasiewicz a tym, że pomysł pisania spójników przed argumentami pochodzi od Leona Chwistka. Dodajmy, że Leon Chwistek jest znany w ze stworzenia uproszczonej teorii typów. Bertrand Russell, w celu uniknięcia antynomii wykrytej w teorii mnogości Cantora zaproponował teorię typów. Ten dość skomplikowany system uprościł Chwistek.

Gdy wszystkie spójniki i znaki funkcyjne są prefiksami (czyli gdy pisane są przed swoimi argumentami) lub gdy wszystkie spójniki i znaki funkcyjne są sufiksami (czyli gdy pisane są po swoich argumentach) możliwe jest wyeliminowanie nawiasów. Notacja łukasiewiczowska oprócz ekonomizacji środków wyrazu ma i tę zaletę, że struktura wyrażenia jest określona przez pozycję symboli, z których jest ono zbudowane. Ta właśnie cecha jest zaletą, w szczególności z informatycznego punktu widzenia.

Zaletę polskiej notacji (Polish Notation) — jak się ją nazywają informatycy — zauważał Alan Turing, który w rozmowie z Łukasiewiczem w 1949 r. mówił, że formuły z symbolami funkcyjnymi z przodu będą mogły być łatwiej przetwarzane przez urządzenia mechaniczne (Woleński, 2019). Taki zapis jest

zaletą, kiedy dane w pamięci przechowywane są w stosie, czyli kiedy stosowana jest reguła LIFO (Last In, First Out). Idea stosu została powzięta przez Alana Turinga w 1946 r. przy projektowaniu komputera ACE (Automatic Computing Engine[5]).

Historia, jak doszło do wykorzystania pomysłu Łukasiewicza jest interesująca sama w sobie. Na pomysł jej wykorzystania wpadł Charles Leonard Hamblin (1922–1985). Jak podaje Pearcey (1994), Hamblin, mając doświadczenie ze służby radarowej w II wojnie światowej — uznano, że jest to relewantne do obsługi komputera — w 1956 r. został zaangażowany do obsługi trzeciego akademickiego komputera w Australii. Ten komputer, DEUCE (Digital Electronic Universal Computing Engine), był wyprodukowany przez English Electric Company. Był to jeden z pierwszych brytyjskich komputerów komercyjnych (Copeland, 2012, s. 4, 164, 327). Hamblin uświadomił sobie problemy związane z (a) obliczaniem formuł matematycznych zawierających nawiasy, i (b) zajmowaniem pamięci przez nazwy własne zasobów pamięci. Jako logik formalny znał prace Łukasiewicza. Mógł je poznać choćby przez Arthura Normana Priora, logika z Nowej Zelandii, który był zwolennikiem notacji Łukasiewicza i mimo utrudnienia dla czytelnika (Woleński, 1985, s. 94–95) stosował ją m.in. w podręczniku logiki (1955).

Rozwiązanie problemu (a) uzyskał Hamblin stosując właśnie notację Łukasiewicza. Jest to jego najbardziej znane osiągnięcie w informatyce. Zamiast pisać np.: $(a+b)\times c$ można pisać: $\times + abc$. Drugi problem, problem (b) aby maszyna mogła użyć zasobów, które nie wymagają adresu — bieżąca operacja byłaby zawsze przeprowadzana na wynikach operacji bezpośrednio poprzedzających, pozostawianych i zawsze pozostających w zasobach — został rozwiązany przez zastosowanie odwrotnej notacji Łukasiewicza (Reverse Polish Notation — RPN). Zamiast pisać: $\times + abc$ piszemy: $ab + c\times$).

Dla komputera DEUCE Hamblin zaprojektował GEORGE (General Order Generator) — jeden z pierwszych w ogóle języków programowania. W języku GEORGE formuła:

$$e = ay^2 + by + c$$

miała zapis:

$$a\ y\ dup\ x\ x\ b\ y\ x + c + (e),$$

gdzie „*dup*” duplikuje poprzednie wejście.

We wspomnieniu pośmiertnym o Hamblinie czytamy, że GEORGE (Murray, 1985):

was a practical programming system based on reverse Polish notation. [...] The concept of an addressless computer structure was further developed in two later papers: in (1962) he dealt with the algorithms for translation to and from Polish notation, and in (Hamblin, 1967) he generalised the concept to include arithmetic operations on polynomials. [...] Charles Hamblin's contributions to Polish notation and stack machines must be seen as one of the milestone in computing.

był praktycznie systemem programowania opartym na odwrotnej polskiej notacji. [...] Idea bezadresowej struktury komputera była rozwijana w dwóch późniejszych artykułach: w (1962) badał algorytmy translacji na i z polskiej notacji, a w (Hamblin, 1967) uogólnił to pojęcie, aby objąć arytmetyczne operacje na wielomianach. [...] Wkład Charlesa Hamblina do polskiej notacji i maszyn stosowych musi być postrzegany jako krok milowy w automatyzacji obliczeń.

Wyniki swoich dociekań Hamblin przedstawił na Pierwszej Australijskiej Konferencji Obliczania i Przetwarzania Danych (The First Australian Conference on Computing and Data Processing) (1957). Obecni na niej przedstawiciele English Electric Company przenieśli te idee do Anglii a firma wykorzystała architekturę (a nawet terminologię) Hamblina (Lavington, 1980). Hamblin swoją koncepcję przedstawił również w (1962). R. S. Burton (1970), jeden z projektantów komputera Burroughs B5000, wyprodukowanego przez Burroughs Corporation w Pasadena, California — zapowiedzianego w 1961 r. a wyprodukowanego w 1963 r. — w którym zastosowano RPN, pisał, że wpadł na ten pomysł niezależnie od Hamblina, czytając podręcznik z logiki symbolicznej. System ten zastosowano też w wyprodukowanym w 1963 r. w Anglii komputerze KDF9. Podobne rozwiązanie mają kalkulatory Friden EC-130. W dziesięć lat po pierwszej publikacji Hamblina ideę RPN zastosowali inżynierowie firmy Hewlett-Packard w kalkulatorze wprowadzonym na rynek w 1968 r. a następnie w $HP-35$ z 1972 r.[6]. W ten sposób RPN stało się popularne w środowisku naukowym i inżynierskim.

Notacja polska zastosowana jest też w językach programowania Lisp i Forth, a także w języku deskrypcji PostScript.

Konwertując z notacji infiksowej na zapis RPN Edsger Dijkstra wynalazł algorytm, który ze względu na jego podobieństwo do działania kolejo-

wego placu manewrowego (railroad shunting yard) nazwany został „shunting yard”. Warto tu dodać, że Hamblin był prekursorem wielu idei m.in. zastosowania logiki temporalnej w informatyce (Allen, 1984, 1985; Hamblin, 1987; Williams, 1985).

PN (Polish Notation) i RPN (Reverse Polish Notation) są dziś akronimami rozpoznawalnymi przez informatyków w całym świecie.

4 Logiki wielowartościowe

4.1 Idea logiki wielowartościowej

W środowisku logików Jan Łukasiewicz (1878–1956) najbardziej znany jest z powzięcia idei i rozwoju logik wielowartościowej. Arystoteles, twórca logiki klasycznej i autor jej podstawowych zasad, w tym zasady wyłączonego środka, miał wątpliwości co do jej stosowania do przyszłych zdarzeń przygodnych, o czym pisze w słynnym pasażu o przyszłej bitwie morskiej: jeśli to, że bitwa ta odbędzie się nie jest jeszcze zdecydowane, to ani zdanie, że będzie bitwa morska, ani zdanie, że jej nie będzie nie są (teraz) prawdziwe. Łukasiewicz podejmuje ten problem, rozważając przypisanie takim zdaniom wartości 1/2. Już w 1922 rozpoczął prace nad logikami z nieskończenie wieloma wartościami logicznymi L_{∞}, w których zdanie może przybierać dowolną wartość rzeczywistą z przedziału [0,1], a wartością wyróżnioną jest 1 (Kreiser, Gottwald, & Stelzner, 1990, s. 41ff–45ff), (Malinowski, 1993; Gottwald, 2001).

Wcześniej jak pisze Heinrich Scholz (1931, s. 20), (Jadacki, 2017, s. 117) ideę logiki trójwartościowej podjął Leibniz w „Specimina Iuriss III”.

Niezależnie od Łukasiewicza (Łukasiewicz, 1920b, 1920c, 1920a) logiki wielowartościowe stworzył współtwórca podstaw informatyki teoretycznej Emil Post (1897–1954) (Post, 1921; Rescher, 1969). Kiedy Tarski w rozmowie z Emilem Postem zauważył, że jest jedynym nie-Polakiem, który wniósł istotny wkład w logikę zdań, ten odpowiedział, że urodził się w Augustowie, a jego matka była z Białegostoku (Trzęsicki, 2016b).

Łukasiewicz projektował swoje systemy logik wielowartościowych jako podstawę badań matematycznych w arytmetyce i teorii mnogości (Woleński, 1985, s. 115–122). Był przekonany nie tylko o tym, że jest to odkrycie porównywalne do odkrycia geometrii nieeuklidesowej. W „Philosophische Bemerkungen zu mehrwertigen Systemem des Aussgankalkül” (1930, s. 161) pisał:

> Niełatwo przewidzieć, jaki wpływ wywrze powstanie niechryzypowych[7] systemów logiki na spekulację filozoficzną. Wydaje się jednak, że znaczenie filozoficzne przedstawionych tutaj systemów może być co najmniej równie wielkie, jak znaczenie nieeuklidesowych systemów geometrii.

W 1951 r. w sprawie praktycznego wykorzystania, mając na myśli informatykę w liście do Lejewskiego pisał (Woleński, 2005, s. 261):

> Systemy wielowartościowe mają już dzisiaj ważne zastosowania praktyczne i mogą stać się źródłem poważnych dochodów.

Można zgodzić się z Woleńskim (1985, s. 122–123), gdy pisze, że:

> W chwili obecnej nie ulega wątpliwości, że oczekiwania Łukasiewicza nie zostały spełnione. Logiki wielowartościowe nie przyniosły rewolucji ani w logice, ani w matematyce, ani w filozofii.

Należy jednak dodać, że teza o praktycznych korzyściach z logik wielowartościowych i to nie tych w badaniach metateoretycznych, ale w szeroko pojętej informatyce wydaje mieć szanse na potwierdzenie. Dodać jednak należy, że logiki wielowartościowe, tak jak idea zapisu beznawiasowego nie były rozwijane ze względu na procedury obliczeniowe i ich ewentualną automatyzację. W wypadku logiki wielowartościowej w fazie początkowej były to motywy filozoficzne.

O zainteresowaniu wykorzystaniem logik wielowartościowych w informatyce może świadczyć działalność organizacyjna. W największej i najważniejszej w świecie organizacji informatyków, w IEEE[8], istnieje powołana na konferencji w Bufflo, USA, sekcja IEEE Computer Society, Technical Committee on Multiple-Valued Logic[9], utworzona w 1971 r. Sekcja każdego roku organizuje konferencję. W 2001 r. taka konferencja odbyła się w Warszawie. Ostatnia konferencja miała miejsce w Kanadzie w Fredericton[10].

Wydawane są czasopisma „Multiple Valued Logic: An International Journal", „Journal of Multiple-Valued Logic and Soft Computing"[11].

Polsce informatycy włączyli się w te dociekania, np. Leonard Bolc z Instytutu Podstaw Informatyki Polskiej Akademii Nauk we współpracy z Piotrem Borowikiem jest autorem monografii „Many-Valued Logics 1: Theoretical Foundations" (1992) oraz „Many-Valued Logics 2: Automated Reasoning and Practical Applications" (Bolc & Borowik, 2003).

Można wyróżnić zastosowania logiki wielowartościowej w projektowaniu sprzętu informatycznego oraz w metodach sztucznej inteligencji.

4.2 Zastosowania inżynierskie

Najprościej rzecz ujmując, jak logiki wielowartościowe są uogólnieniem logiki dwuwartościowej, tak systemy z z m stanami są uogólnieniem systemów z dwoma stanami. Technicznym wykorzystaniem logik wielowartościowych interesował się Henryk Greniewski, który — o czym była wcześniej mowa — był pierwszym kierownikiem Grupy Aparatów Matematycznych.

Znaną mi pierwszą większą pozycją książkową, w której rozważane są zastosowania techniczne logiki wielowartościowej jest wydana w Bukareszcie w 1959 r. praca Grigore C. Moisila. Jej tłumaczenie ukazało się po angielsku (Moisil, 1969), po rosyjsku i po czesku. W Polsce wydano dwutomowe dzieło Moisila pod tytułem „Zastosowanie algebr Łukasiewicza do teorii układów przekaźnikowo-stykowych" (1966, 1967). Moisil jest również autorem „Essais sur les logiques non Chrysippiennes" (1972). Problematykę wielowartościowych (rozmytych) przełączników podejmuje Epstein w „Multiple-Valued Logic Design" (1993). Znaczącą pozycją jest książka autorstwa Davida Rine „Multiple-Valued Logic Design" (1977)

W „Dagstuhl-Seminar-Report"[12] z 1997 r. — sprawozdaniu z seminarium, którego współprowadzącym był Lofti Zadeh, twórca logiki rozmytej, czytamy o udziale w nim około 60 badaczy z całego świata. Zadeh w istocie przeniósł rozwiązania Łukasiewicza w obszar teorii zbiorów: zdefiniował operacje teorio-mnogościowe odpowiednio do rozumienia spójników w logice wielowartościowej. To są tylko przykłady.

Pierwsze systemy komputerowe projektowane były w oparciu o system dziesiętny. Architektura współczesnych komputerów postulowana była przez von Neumanna w napisanym w 1945 roku „First Draft of a Report on the EDVAC" (von Neumann, 1945, 1981), raporcie pod auspicjami University of Pennsylvania i United States Army Ordnance Department. W uzasadnieniu, jakie daje dla wyboru systemu binarnego podobnie, jak to miało miejsce u Leibniza, odwołuje się do prostoty tego systemu. W raporcie czytamy (von Neumann, 1981):

> 5.1 ... Since these tube arrangements are to handle numbers by means of their digits, it is natural to use a system of arithmetic in which the digits are also two valued. This suggests the use of the binary system.
>
> 5.2 A consistent use of the binary system is also likely to simplify the operations of multiplication and division considerably.

Specifically it does away with the decimal multiplication table. . . . In other words: Binary arithmetic has a simpler and more one-piece logical structure than any other, particularly than the decimal one.

5.1 . . . Ponieważ te rurowe urządzenia są dla działań z liczbami za pomocą ich cyfr, to jest naturalne, aby użyć systemu arytmetyki, w którym cyfry sa także dwuwartościowe. To sugeruje użycie systemu binarnego.

5.2. Spójne użycie systemu binarnego prawdopodobnie znacząco uprości operacje mnożenia i dzielenia. W szczególności odsunie postępowanie z tablicą mnożenia dziesiętnego. . . . Innymi słowy: Binarna arytmetyka ma prostszą i bardziej jednoczęściową strukturę logiczną niż każda inna, w szczególności niż dziesiętna.

Wybór systemu ma więc racje pragmatyczne. Nic nie stoi na przeszkodzie, aby komputery były oparte na innym systemie, a nawet jest to wskazane, jeśli zdania, które system informatyczny ma realizować może sprawniej realizować komputer, który nie jest binarny. Jeżeli projektowanie komputerów pracujących w systemie dziesiętnym można wytłumaczyć naturalnością, to dla innych systemów muszą być ważne racje teoretyczne lub praktyczne. Takie znajduje się nie tylko dla systemu binarnego, ale również na przykład dla systemu ternarnego.

Pierwszym projektantem maszyny pracującej w systemie trójkowym był Thomas Fowler. W maju 1840 roku zademonstrował swoją drewnianą konstrukcję. Została opisana przez De Morgana (1840, 1837–1843)[13].

W Związku Radzieckim zbudowano 50 komputerów ternarnych „Setun" i jego ulepszonej w latach 1961–1968 wersji „Setun70" (program był napisany w notacji RPN, czyli Reverse Polish Notation). Twórca tych komputerów, Nikolay Petrovich Brusentsov[14] (1925–2014) jako współautor pisze[15]:

It is known that the ternary arithmetic has essential advantages as compared with the binary one that is used in present-day computers. In connection with this Donald Knuth assumed that the replacement of “flip-flop” for “flip-flap-flop” one a “good” day will nevertheless happen [1][16]. Now, when the binary computers predominate, it is hard to believe in a reality of such assumption, but if it would happen not only the computer arithmetic, but the informatics on the whole would become most simple and most perfect. The third value [...] what is very actual but hidden in binary logic, will become obvious and direct manipulated. Ternary logic has better accordance with the Nature and human informal thinking [2]. Unfortunately, the modern researches of the multi-valued (non-binary) logic are formal and are not associated with practical requests.

A remarkable exclusion is the experience of creating the ternary computers „Setun” and „Setun 70” at Moscow State University [...]. This experience convincingly confirms practical preferences of ternary digital technique.

1. Knuth D. E. The art of computer programming. Vol.2. Seminumerical algorithms. — Addison-Wesley, 1969.

2. Brousentsov N. P. Origins of informatics. —- Moscow, The New Millennium Foundation, 1994. (In Russian).

Wiadomo, że ternarna arytmetyka ma istotne zalety w porównaniu z binarną, która jest stosowana w dzisiejszych komputerach. W związku z tym Donald Knuth założył, że zastąpienie "flip-flop" przez "flip-flap-flop" zdarzy się pewnego dnia [1][17] Obecnie, kiedy dominują komputery binarne, trudno uwierzyć w realność takiego założenia, lecz gdyby się to zdarzyło, nie tylko arytmetyka komputerowa, lecz informatyka jako całość stałaby się bardzo prosta i bardzo doskonała. Trzecia wartość [...] co jest bardzo rzeczywiste, lecz ukryte w binarnej logice, będzie oczywista i bezpośrednio przetwarzana. Logika ternarna jest bardzo zgodna z Naturą i ludzkim nieformalnym myśleniem [2]. Niestety, współczesne badania wielowartościowej (nie-binarnej) logiki są formalne i nie są powiązane z praktycznymi oczekiwaniami.
Zauważalnym wyjątkiem jest doświadczenie z ternarnymi komputerami „Setun" i „Setun 70" w Moskiewskim Uniwersytecie Państwowym [...]. To doświadczenie przekonywująco potwierdza praktyczne zalety ternarne techniki cyfrowej.

1. Knuth D. E. The art of computer programming. Vol.2. Seminumerical algorithms. — Addison-Wesley, 1969.

2. Brousentsov N. P. Origins of informatics. —- Moscow, The New Millennium Foundation, 1994. (In Russian).

Brousetnsov w wywiadzie ("Interview s konstruktorom troicznoj EWM (interviews with the designer of the ternary computer)", 2004) wskazuje na techniczne źródła pomysłu. Zauważa też znaczenie logiki trójwartościowej, stwierdzając, że zagadnienia te nie były dopracowane w jego komputerach. Brusentsov[18] w teorii swojego komputera odwołuje się do trójwartościowego systemu opartego na „Symbolic Logic" (1897) autorstwa Lewisa Carrolla (znanego czytelnikom m.in. z „Alicji w krainie czarów"). Nigdzie w tekstach na temat tej radzieckiej konstrukcji nie znalazłem odwołania do Łukasiewicza tak, jakby Brusetsov w ogóle o nim nie słyszał. W tekście „Symbolic Logic" Carrolla jest mowa o diagramach: Biliteral i Triliteral — zdaje się to miał na uwadze Brusentsov. Temat wymagałby zgłębienia, ale losy radzieckiego ternarnego komputera nie zachęcają. W „Materiły po troichnoy informatikie"[19] czytamy[20]:

Unfortunately, soon after creation of "Setun 70", laboratory of N. P. Brusentsov was driven out of the MSU building and "stored"

in an attic of a student hostel. Probably it happened so because ternary "Setun" looked ridiculous comparing with binary computers. The "baby" — the first "Setun" that operated 17 years without a failure, was destroyed in a rather barbarous way, it was transported to a garbage damp after having been cut into small pieces. However, "Setun 70" was saved for the university attic where the team used it for creation of "Nastavnik" (Tutor) — very clever package of courseware and methodical technologies for computer assisted learning. The "Nastavnik" is being in successful educational usage even in our days. (More than 30 years altogether).

Niefortunnie, wkrótce po stworzeniu „Setun 70" laboratorium N. P. Brusentsov'a zostało wyprowadzone z budynku MSU i „zmagazynowane" na strychu domu studenckiego. Być może zdarzyło się to, ponieważ ternarny „Setun" wyglądał śmiesznie w porównaniu z komputerami binarnymi. „Niemowlak" — pierwszy „Setun", który bez awaryjnie działał przez 17 lat, był zniszczony w raczej barbarzyński sposób, został po pocięciu na małe kawałki przetransportowany na składowisko śmieci. Jednak „Setun 70" został uratowany na strychu uniwersytetu, gdzie zespół używał go dla tworzenia „Nastavnika" (Asystent) — bardzo mądry pakiet materiałów kursowych i technologii metodycznych dla nauczania wspomaganego komputerowo. „Nastavnik" okazał się skuteczny dla wykorzystania edukacyjnego nawet w naszym czasie. (Łącznie więcej niż 30 lat).

4.3 Komputer analogowy

Dzisiaj dominują komputery cyfrowe. Pierwsze urządzenia, które „liczyły" — jeśli pominąć te, które służyły tylko ułatwieniu liczenia, jak np. abak — były analogowe. Takim urządzeniem jest słynny mechanizm z Antykithiry (Freeth et al., 2006) — starożytni Grecy w latach 150–100 p. n. e. zbudowali go do obliczania pozycji ciał niebieskich. Znaleziony został w 1902 r. we wraku obok wyspy Antykithira (Andikitira). Jeszcze nie tak dawno bo w czasach, kiedy nawet kalkulatory elektroniczne były rzadkością, a więc do lat 70-tych ubiegłego wieku inżynierowie obliczali za pomocą suwaka algorytmicznego,

czyli „komputera” analogowego. Wśród miłośników muzyki trwa moda na płyty analogowe, choć muzyczne urządzenia cyfrowe są powszechnie dostępne i w zasadzie tańsze niż analogowe.

Wydaje się, że w latach 70-tych ubiegłego wieku koncepcja komputera analogowego została ostatecznie porzucona. Opanowano sztukę wytwarzania komputerów cyfrowych i — jak na razie — dzięki coraz lepszym technologiom komputery te spełniają wymagania. Komputery cyfrowe są uniwersalne, czyli są programowalne, a więc realizują różne zadania: wystarczy zmienić program. Komputery analogowe tej własności w zasadzie nie mają: realizują tylko to zadanie, dla realizacji którego zastały zaprojektowane. O komputerach analogowych myśli się jednak jako o urządzeniach, które będą sprawniej niż cyfrowe obliczały jakieś szczegółowe zadanie. Jako pierwszy analogowy programowalny komputer wskazywany jest wodny mechaniczny zegar astronomiczny wynaleziony przez Al-Jazarii w 1206 r. (Hill, 1991; Kitab Arshimidas, 1976).

Rozwiązanie analogowe — są różne rozumienia i pomysły — najogólniej biorąc, uzyskujemy tworząc model zjawiska, może to być model empiryczny, które chcemy poznać i obliczyć. Jeśli mamy na uwadze sztuczną inteligencję, to okazuje się, że komputer cyfrowy, który realizowałby obliczenia, których wykonuje mózg miałby parametry techniczne, których nie s w zasadzie osiągalne przez współczesne komputery elektroniczne. Może więc rozwiązaniem byłby komputer analogowy, a może kwantowy lub hybrydowy?

Nie brakuje entuzjastów komputerów analogowych (Ulmann, 2013; Shasha & Lazere, 2010). Bern Ulmann w pobliżu Wiesbaden prowadzi muzeum komputerów analogowych `http://www.analogmuseum.org`.

Profesor Jonathan W. Mills (1952–2016) z Indiana University Bloomington prace nad analogową komputacją podjął w 1990 r. (J. W. Mills, 1993, 2003). We wspomnieniu o nim czytamy, że [21]:

> While helping a graduate student solve a problem in Lukasiewicz Logic, a type of non-classical multiple-valued logic, he noticed that although Boolean logic was well-suited to digital computers, the potential continuous nature of multiple-valued logic was a better fit for analog computers. Additionally, he noticed that most systems in nature (such as people) demonstrate these types of continuous properties. This insight propelled him to a career devoted to creating unconventional computing systems to model natural systems.

> Kiedy pomagał studentom rozwiązać problem z logiki Łukasiewicza, typ nieklasycznej logiki wielowartościowej, zauważył, że chociaż booleowska logika jest właściwa dla komputerów cyfrowych, potencjał ciągłej natury logiki wielowartościowej byłby lepszy dla komputerów analogowych. Ponadto zauważył, że większość systemów co do istoty (tak, jak ludzie) wykazuje te typy ciągłych właściwości. Ten pogląd zachęcił go do poświęcenia kariery na stworzenie niekowencjonalnych systemów komputacyjnych, aby modelować systemy przyrodnicze.

Mills swoją konstrukcję nazwał maszyną Kirchoffa-Łukasiewicza. Lee Rubel, autor „The Extended Analog Computer" (1993), który dał asumpt do wynalezienia Maszyny Kirchhoffa-Łukasiewicza, w 1995 r. pisał[22]:

> The future of analog computing is unlimited. As a visionary, I see it eventually displacing digital computing, especially, in the beginning, in partial differential equations and as a model in neurobiology. It will take decades for this to be done. In the meantime, it is a very rich and challenging field of investigation, although (or maybe because) it is not in the current fashion.

> Przyszłość analogowej komputacji jest nieograniczona. Jako marzyciel widzę, jak zastępuje komputację cyfrową, szczególnie, na początku, w cząstkowych równaniach różniczkowych i jako model w neurobiologii. Dla osiągnięcia tego potrzeba będzie kilku dekad. Na razie jest to bardzo bogate i stawiające wysokie wymagania pole badań.

Mills problem obliczeń analogowych podjął w 1990 r. w związku ze studiami nad logiką wielowartościową Łukasiewicza. Współpracował wówczas z nim J. Michael Dunn, profesor filozofii i Oscar R. Ewing, profesor informatyki. Wspólnie z Ch. Daffingerem i M. G. Beavers'em rozpoczęli projektowanie obwodów elektrycznych opartych na nieskończenie wartościowej logice Łukasiewicza (J. W. Mills, Beavers, & Daffinger, 1989). Logikę tę uznano za właściwą dla opisu obwodów analogowych. Mills uzyskał wiele patentów na swoje rozwiązania, np.: August 1992. U.S. Patent 5,193,206 (GE-1906), Reduced Instruction Set Microprocessor. Budowa maszyny inspirowana była ba-

daniami Kirchhoffa nad elektrycznością. Mills o swojej maszynie Kirchhoffa-Łukasiewicza sądził, że (Hedger, 1998):

> I'm thinking that within five to ten years, we will find a niche in which these processors are superior, efficient, and cost-effective.
>
> Myślę, że w ciągu od pięciu do dziesięciu lat znajdziemy niszę, w której te procesory będą dominujące, wydajne i efektywne kosztowo.

Na początku wieku uznany był za światowego lidera w zakresie niekonwencjonalnego komputingu[23] (J. Mills et al., 2006).

Przewiduje, że (Hedger, 1998):

> We may develop sensors that would detect chemicals in the environment or toxins within our bodies, such as life-threatening cholesterol levels. We might develop an implant that could predict heart attacks — sort of a biological beeper.
>
> Możemy opracować sensory, które mogłyby wykrywać substancje chemiczne w naszym otoczeniu lub toksyny w naszych ciałach, takie jak zagrażający życiu poziom cholesterolu. Możemy opracować implant, który będzie przewidywał atak serca — rodzaj biologicznego bipera.

4.4 Zastosowania logiki wielowartościowej w AI

Zastosowania w AI wydają się być najbardziej obiecujące ze wszystkich ewentualnych zastosowań logik wielowartościowych. Logiki wielowartościowe dają logiczną podstawę dla opisu pojęć nieostrych, które są charakterystyczne dla języka naturalnego i rozumowań potocznych. Ma to znaczenie dla systemów ekspertowych i nie tylko.

Komputing zorientowany na AI kładzie nacisk nie na dane, lecz na wiedzę, na technologie eksploracji i reprezentacji wiedzy. W przypadku pozyskiwania wiedzy z baz danych, w szczególności, kiedy informacja jest nieprecyzyjna i niepełna pojawiają się szczególne problemy. Ich rozwiązania szuka się właśnie zmieniając podejście z logiki klasycznej dwuwartościowej na logikę nieklasyczną, z logiki precyzyjnej na taką, która radzi sobie z rozumowaniami

przybliżonymi. Ludzie radzą sobie z pewnymi kwestiami lepiej niż najlepsze współczesne komputery w szczególności z powodu umiejętności radzenia sobie z sytuacjami, o których informacją jest nieprecyzyjna i niepełna.

Najbardziej znana jest koncepcja zbiorów rozmytych opracowana w latach 60-tych przez Lotfi A. Zadeh'a (1965). Zastosował on wielowartościową logikę Łukasiewicza do elementów zbioru, tworząc algebrę zbiorów rozmytych (Kundu & Che, 1998). Logika rozmyta jako kombinacja logiki wielowartościowej, teorii prawdopodobieństwa i sztucznej inteligencji jest metodologią, która symuluje ludzkie myślenie, uwzględniając charakterystyczny dla świata fizycznego brak precyzji, brak dokładności (Lin, 1994, s. 4).

Przez pierwsze trzy lata po publikacji „Fuzzy Sets" (1965) Zadeh jako kierownik wydziału inżynierii elektrycznej w Berkley zajął się jego reorganizacją. Pierwsza reakcja na koncepcję Zadeha przyszła z ZSRR. Był to artykuł Vasiliya I. Loginova, który zinterpretował funkcję przynależności elementu do zbioru jako warunkowe prawdopodobieństwo. Artykuł Zadeha jest tym artykule cytowany jako „Hussy Sets" — „hussy" znaczy tyle, co „latawica", „lafirynda" a „fuzzy" to tyle, co „rozmyty", „niewyraźny, „zamazany" — co jak twierdzi Seising (2007, s. 235) nie jest przypadkowym błędem. Teorię Zadeha uznawano za zbyteczną, ponieważ nie ma potencjału rozwiązywania problemów statystyki i teorii prawdopodobieństwa. Zmieniło się to po wykładzie (dla ok. 4000 słuchaczy) na Międzynarodowym Kongresie Matematycznym w Moskwie w 1966 r. Uznano znaczenie, jakie teoria może mieć dla rozwoju cybernetyki. W wywiadzie udzielonym w 2000 r. Zadeh mówił (Seising, 2007, s. 236):

> You see, in the Soviet Union they were against cybernetics until the death of Stalin. The word cybernetics was a bad word. But after the death of Stalin things changed and cybernetics became public. That's why cybernetics was used much more frequently. Cybernetics became popular in the Soviet Union but not in the United States ... And so, what I want to say is that my first paper was presented in the Soviet Union in 1965. That was my first presentation of Fuzzy Sets. My second presentation was in 1966 in Moscow at a congress of mathematicians. They were very interested — very — they learned quickly.
>
> Widzisz, w Związku Sowieckim byli oni przeciwko cybernetyce aż do śmierci Stalina. Słowo cybernetyka było złym słowem. Jednak po śmierci Stalina sprawy zmieniły się i cybernetyka stała się

> państwowa. To też dlatego cybernetyka była używana zbyt często. Cybernetyka stała się popularna w Związku Sowieckim, lecz nie w Stanach Zjednoczonych . . . . I tak, co chciałem powiedzieć, mój pierwszy artykuł był zaprezentowany w Związku Sowieckim w 1965. Była to pierwsza prezentacja Zbiorów Rozmytych. Oni byli bardzo zainteresowani — bardzo — szybko się uczyli.

Paradoksalnie na jego wydziale reakcja była inna. W 1965 r. wręczono mu pismo, w którym czytamy (Seising, 2007, s. 236):

> We disagree on a very fundamental question. There is no use in kidding ourselves in saying that it is very minor. Since the disagreement lies at the very root of the academic policies of our Department, we should try to clarify our respective positions the best we can. I would say that you have a tendency of confusing our academic objectives with those appropriate for a Couturier of World Renown. There are fashions in engineering and applied science and this is in several ways very healthy. However, academic objectives are badly distorted when they can be described as "be interested only in that which is in the highest fashion today or even better in that which will be in fashion tomorrow." Such objectives are appropriate for Ives Saint Laurent but not for a chairman of an engineering department in a university.
>
> Nie zgadzamy się w bardzo podstawowej sprawie. Byłoby to strojenie sobie żartów gdybyśmy powiedzieli, że jest to bardzo drobna sprawa. Ponieważ powód niezgody tkwi głęboko w akademickiej polityce naszego wydziału, chcielibyśmy spróbować wyjaśnić odnośne nasze stanowisko najlepiej, jak można. Chciałbym powiedzieć, że ma pan skłonność mylenia naszych akademickich zadań z tymi, które są właściwe dla światowych domów mody. Są mody w inżynierii i naukach stosowanych i jest to w wielu aspektach bardzo zdrowe. Jednak akademickie zdania są niedobrze zniekształcone, kiedy mogą być opisane jako „interesuj się tylko tym, co jest dzisiaj najmodniejsze lub nawet lepiej tym, co będzie modne jutro". Takie zadania są właściwe dla Ives Saint Laurent, lecz nie dla kierownika uniwersyteckiego wydziału inżynierii.

Z racji miejsca naszej konferencji, Wilna, ale i z racji jej tematyki, informatyki w zarządzaniu i administrowaniu, warto przypomnieć, że w „Krótkim

słowniku filozoficznym" (Judin & Rozental, 1955; Piotrowski, 2009), podobnie w Философский словарь z 1954 r. czytamy, że cybernetyka to burżuazyjna pseudonauka, która zamierza posyłać na wojnę maszyny zamiast ludzi świadomych swoich celów. Jednak już latach 60-tych cybernetyka za sprawą Oskara Lange (Lange, 1970) i Wiktora Głuszkowa (Gluskhov, 1966) jest rozważana jako podstawa teoretyczna planowania za pomocą komputerów w gospodarce centralnie planowanej (Feinstein, 1969, s. 175). O zarządzaniu cybernetycznym na radzieckiej Litwie pisze Eglè Rindzevičiūtè w rozprawie „Constructing Soviet Cultural Policy: Cybernetics and Governance in Lithuania after World War II" (2008).

Początku inżynierskiego zastosowania koncepcją zbiorów rozmytych upatruje się opracowanie w połowie lat 70-tych przez Ebrahima H. Mamdaniego z Qeen Mary College z Londynu „rozmytego" kontrolera dla maszyny parowej[24]. W 1999 r. za wkład w rozwój technologii informatycznej, wykorzystującej teorię zbiorów rozmytych od European Society for Fuzzy Logic and Technology (EUSFLAT) Mamdani uzyskał European Fuzzy Pioneer Award, a w 2003 r. od Computational Intelligence Society of the IEEE uzyskał Fuzzy Systems Pioneer Award[25].

Podobną do koncepcji zbiorów rozmytych ideę powziął Zdzisław Pawlak. Zainspirowany został problemami praktycznymi, jakie pojawiły się w realizacji projektu systemu ekspertowego. Teoria zbiorów przybliżonych jest rozwijana i prezentowana w wielu publikacjach jak np. (Pawlak, 1982, 1991, 1993) oraz (Komorowski, Pawlak, Polkowski, & Skowron, 1999).

W związku ze zbiorami rozmytymi i zbiorami przyblizonymi rozwijają się odpowiednio, logika rozmyta i logika przybliżona[26].

Łukasiewicz inspirował również logików, których systemy okazały się mieć znaczenie dla informatyki. Choć wkład Łukasiewicza sprowadza się do pomysłu rozwiązania logicznego warto o tym powiedzieć, aby mieć pełniejszy obraz znaczenia Łukasiewicza dla informatyki.

5 Dedukcja naturalna

We współczesnej informatyce dedukcja naturalna znajduje zastosowanie przede wszystkim systemach automatycznego wnioskowania i w systemach wnioskowania wspomaganego komputerowo oraz w systemach sprawdzania poprawności dowodów. Są to podstawowe problemy sztucznej inteligencji.

Systemy dedukcji naturalnej tworzyli niezależnie od siebie Gentzen (1909–1945) (1934) oraz Stanisław Jaśkowski (1906–1965). Jaśkowski był uczestnikiem seminarium Łukasiewicza w 1926 r. Zaświadcza, że w 1926 r. Łukasiewicz postawił problem systemu logicznego, który byłby zgodny z praktyką dowodzenia matematycznego. Podobnie rzecz ujmował Gentzen (1934, s. 176):

> Mein erster Gesichtspunkt war folgender: Die Formalisierung des logischen Schließens, wie sie insbesondere durch Frege, Russell und Hilbert entwickelt worden ist, entfernt sich ziemlich weit von der Art des Schließens, wie sie in Wirklichkeit bei mathematischen Beweisen geübt wird. Dafür werden beträchtliche formale Vorteile erzielt. Ich wollte nun zunächst einmal einen Formalismus aufstellen, der dem wirklichen Schließen möglichst nahe kommt.
>
> Mój pierwotny punkt widzenia był następujący: Formalizacja wynikania logicznego, w szczególności tak, jak została rozwinięta przez Fregego, Russella i Hilberta różni się znacznie od sposobu wnioskowania, jaki praktykowany jest w dowodach matematycznych. Uzyskuje się za to znaczne formalne korzyści. Chciałbym więc najpierw raz jeszcze podać formalizm, który jest możliwie bliski rzeczywistemu wnioskowaniu.

Jaśkowski rozwiązanie problemu opublikował w (1934) r., tworząc system założeniowy. Pierwszy komunikat w tej sprawie ukazał się już w 1929 r. w „Księdze pamiątkowej pierwszego polskiego zjazdu matematycznego” (Lindenbaum, 1929), gdzie w streszczeniu wystąpienia Adolfa Lindenbauma czytamy:

> Dans les recherches „métamathématiques” dont l’objet est la *théorie de déduction* (au sens das „Principia Mathematica”), il y a des problèmes où l’on introduit avec succès des méthodes et des notions de la théorie des ensembles, de l’arithmétique, de la théorie des nombres ou de l’analyse.
>
> **Stanisław Jaśkowski** (Warszawa): *Teorja dedukcji oparta na dyrektywach założeniowych.*
>
> **Jan Łukasiewicz** (Warszawa): 1. *Teorja dedukcji* (wyniki badań). 2. Systemy logik wielowartościowych.

Rozwiązanie Gentzena początkowo było wśród logików bardziej popularne z powodu twierdzenia o regule cięcia (cut-elimination theorem). Jednak podejście Jaskowskiego jest bliższe stosowanemu w matematyce sposobowi dowodzenia.

Do systemu Jaśkowskiego (i logiki niefregowskiej Romana Suszko) wprost odwołuje się Andrzej Trybulec, twórca systemu `MIZAR` do sprawdzania poprawności dowodów matematycznych[27]. Witold Marciszewski (1994, 1996; 2005) reprezentuje pogląd, że system Jaśkowskiego ma większą przydatność w komputerowym sprawdzaniu dowodu zaś system Gentzena w komputerowym dowodzeniu. W zakresie problematyki mechanizacji rozumowań do odnotowania jest praca (Marciszewski & Murawski, 1995).

Dodajmy, że Stanisław Jaśkowski jest pionierem badań nad logiką intuicjonistyczną i logikami wolnymi (Jaśkowski, 1936). Jest też twórcą logiki dyskusyjnej, co dało asumpt do rozwoju i badań nad logikami parakonsystentnymi (Jaśkowski, 1948; Perzanowski, 1999). Oczywiście, jak w ogóle logika, tak i te rozważania są relewantne dla współczesnej informatyki.

6 Logika temporalna

Twórcą logiki temporalnej jest niewątpliwie Arthur Norman Prior. Należy jednak zauważyć wpływ szkoły lwowsko-warszawskiej a w szczególności Łukasiewicza na kształtowanie się Priora jako logika i na początki jego rozważań temporalnych. Przede wszystkim Łukasiewicz podjął rozważania nad zasadą wyłączonego środka i jej stosowalnością do zdań o przyszłych zdarzeniach przygodnych i w związku z tym, aby uniknąć determinizmu, postulując przypisanie im trzeciej wartości logicznej wzbudził zainteresowanie tym problemem wśród ówczesnych logików. Arthur Norman Prior tworzy logikę temporalną powołując się na Łukasiewicza logiki wielowartościowe — i pod wpływem Łukasiewicza stosując jego notację beznawiasową (2005). Wśród prac mających znaczenie dla powstania logiki temporalnej wskazywana jest też praca Jerzego Łosia, będąca analizą logiczną kanonów Milla (1948).

Prior tworząc logikę temporalną miał na uwadze problemy filozoficzne determinizmu. Prior w „Logic and the Basis of Ethics" (1949) pyta m.in. o podstawy logiczne wolnej woli. Tworząc logikę temporalną miał na uwadze problemy filozoficzne determinizmu. Był był zaskoczony informacją o użyteczności logiki temporalnej — czego dowiadywał się m.in. od Dov Gabbay'a i Dana Scott'a — że (1996, s.46):

> There are practical gains to be had from this study too, for example in the representation of time-delay in computer circuits.

> Są praktyczne zyski, które daje to dociekanie, na przykład w reprezentacji opóźnienia w obwodach komputera.

LOgika temporalna znalazła zastosowanie w:

1. informatyce,
2. sztucznej inteligencji,
3. lingwistyce.

Współcześnie logika temporalna jest wielorako wykorzystywana w informatyce. Stosowana jest zarówno dla rozwiązywania problemów technicznych systemów komputerowych, jak też w dociekaniach teoretycznych (Pnueli, 1977; Manna & Pnueli, 1992), w szczególności w sztucznej inteligencji (Øhrstrøm & Hasle, 1995; Fisher, Gabbay, & Vila, 2005). Zastosowaniami logiki temporalnej w informatyce zajmują się również naukowcy na Litwie. Regimantas Pliuškevičius związany z katedrą inżynierii oprogramowania w sekcji logiki matematycznej jest autorem wielu cenionych publikacji. W literaturze cytowane są też publikacje Stanislovas'a Leonas'a Norgela[28].

7 Zakończenie

Powstanie i sukcesy szkoły lwowsko-warszawskiej są argumentem na rzecz tezy o znaczeniu i roli w nauce wybitnych jednostek. Był nią Kazimierz Twardowski, który potrafił skupić wokół siebie takich, którzy dokonaniami i idącą za nią sławą go przerośli. W historii szkoły lwowsko-warszawskiej znajdujemy też argument — w historii nauki takich argumentów jest wiele — na rzecz tezy, że intencja badań naukowych i ich przedmiot nie przesądzają o praktycznym wymiarze wyników tych badań.

Przypisy

[1] `https://www.scimagojr.com/countryrank.php?area=2600&category=2609` [02.09.2019]

[2] W artykule wykorzystuję wyniki z mojego tekstu „Wkład polskich logików w światową informatykę" (2006).

[3]https://quoteinvestigator.com/2017/09/14/home-computer/♯note-16883-4 [04.03.2020]

[4]Nazwa była uwarunkowana ideologicznie. Tak określano informatykę również w Związku Radzieckim.

[5]Termin „Engine” został użyty dla uhonorowania Charlesa Babbage i jego Difference Engine oraz Analytical Engine.

[6]https://www.hpmuseum.org/rpn.htm [21.02.2020]

[7]Tak Łukasiewicz określał logiki wielowartościowe.

[8]http://www.computer.org [28.02.2020]

[9]http://www.mvl.jpn.org/MVL/, [28.02.2020]

[10]http://www.lsi-cad.com/ismvl/mvl_history.html [28.02.2020]

[11]https://www.oldcitypublishing.com/journals/mvlsc-home/ [28.02.2020]

[12]https://www.dagstuhl.de/Reports/97/9744.pdf [20.02.2020]

[13]Bibliografię na ten temat można znaleźć: http://www.mortati.com/glusker/fowler/refslinks.htm

[14]https://www.computer-museum.ru/english/galglory_en/Brusentsov.htm [20.02.2020]

[15]http://www.icfcst.kiev.ua/Symposium/Proceedings/Brusentsov.pdf [21.02.2020]

[16]Dodajmy, że dla Knuth'a ma to być system zrównoważony a takim ma być system oparty na $\{-1,0,1\}$. Na temat zalet systemu ternarnego pisze Hayes w „Third base” (2001).

[17]Dodajmy, że dla Knuth'a ma to być system zrównoważony a takim ma być system oparty na $\{-1,0,1\}$. Na temat zalet systemu ternarnego pisze Hayes w „Third base” (2001).

[18]http://ternarycomp.cs.msu.ru/ [21.02.2020]

[19]http://ternarycomp.cs.msu.ru/ [21.02.2020]

[20]https://www.computer-museum.ru/english/galglory_en/Brusentsov.htm [20.02.2020]

[21]www.soic.indiana.edu/about/in-memoriam/jonathan-mills.html [22.02.2020]

[22]https://wayback.archive-it.org/219/20170304164247/https://www.soic.indiana.edu/about/in-memoriam/jonathan-mills.html [22.02.2020]

[23]https://www.soic.indiana.edu/about/in-memoriam/jonathan-mills.html [22.02.2020]

[24]https://shodhganga.inflibnet.ac.in/bitstream/10603/107513/6/06_chapter%201.pdf [22.02.2020]

[25]https://www.semanticscholar.org/paper/Abe-Mamdani%2C-in-Memoriam-Magdalena-Trillas/3268bddca9629ad9662e2e2e69d3d04485b42091 [28.02.2020]

[26]http://plato.stanford.edu/entries/logic-manyvalued/

[27]https://ii.uwb.edu.pl/index.php?, http://mizar.org [22.02.2020]

[28]https://www.mif.vu.lt/katedros/cs/CV_A/CvA_Norg.htm [22.02.2020]

Bibliografia

Allen, J. F. (1984). Towards a general theory of action and time. *Artificial Intelligence*, *23*(2), 123–154.

Allen, J. F. (1985). Charles Hamblin (1922–1985). *The Australian Computer Journal*, *17*(4), 194–195.

Barton, R. S. (1970). Ideas for computer systems organization: A personal survey. In J. S. Jou (Ed.), *Software engineering* (Vols. 1: Proceedings of the Third Symposium on Computer and Information Sciences held in Miami Beach, Florida, December 1969, pp. 7–16). New York: Academic Press.

Berka, K., & Kreiser, L. (Eds.). (1973a). *Logik-texte: kommentierte Auswahl zur Geschichte der modernen Logik* (2nd ed.). Berlin: Akademie Verlag.

Berka, K., & Kreiser, L. (Eds.). (1973b). *Logik-texte: kommentierte auswahl zur geschichte der modernen logik*. Berlin: Akademie Verlag.

Bocheński, J. M. (1994a). *Sto zabobonów. Krótki filozoficzny słownik zabobonów* (2nd ed.). Kraków: Wydawnictwo PHILED spółka z o.o.

Bocheński, J. M. (1994b). *Wspomnienia*. Kraków: PHILED.

Bolc, L., & Borowik, P. (1992). *Many-valued logics 1: Theoretical foundations* (Vol. 1). Berlin: Springer-Verlag.

Bolc, L., & Borowik, P. (2003). *Many-valued logics 2: Automated reasoning and practical applications* (Vol. 2). Berlin: Springer-Verlag.

Burks, A. W., Goldstine, H. H., & von Neuman, J. (1987). Preliminary discussion on the logical design of an electronic computing instrument. In W. Aspray & A. Burks (Eds.), *Papers of John von Neumann on computing and computer theory* (Vol. 12, pp. 97–142). MIT Press. `https://archive.org/details/papersofjohnvonn00vonn`. (The Institute for Advanced Study, 2 September 1947)

Carroll, L. (1897). *Symbolic logic* (4th ed.). New York: MaCmillian and Co., Limited. `http://www.gutenberg.org/files/28696/28696-h/28696-h.htm`.

Copeland, J. B. (Ed.). (2012). *Alan Turing's electronic brain:The struggle to build the ACE, the world's fastest computer*. Oxford: Oxford University Press. (Reprint edition (July 5, 2012))

De Morgan, A. (1837–1843). Description of a calculating machine, invented by Mr. Thomas Fowler of Torrington in Devonshire. *Abstracts of the Papers Printed in the Philosophical Transactions of the Royal Society*

of London 4, 243–244. (Abstract (De Morgan, 1840))

De Morgan, A. (1840, June). *Description of a calculating machine, invented by Mr Thomas Fowler of Torrington in Devonshire.* AP.23.24., London: The Royal Society.

Epstein, G. (1993). *Multiple-valued logic design.* Bristol: Institute of Physics Publishing.

Feinstein, C. H. (1969). *Socialism, capitalism and economic growth: Essays presented to Maurice Dobb.* Cambridge: Cambridge University Press.

Fisher, M. D., Gabbay, D. M., & Vila, L. (Eds.). (2005). *Handbook of temporal reasoning in artificial intelligence.* Amsterdam: Elsevier.

Fraenkel, A., & Bar-Hillel, Y. (1958). *Foundations of set theory.* North-Holland Publishing Company.

Freeth, T., Bitsakis, Y., Moussas, X., Seiradakis, J. H., Tselikas, A., Mangou, H., … Edmunds, M. G. (2006). Decoding the ancient Greek astronomical calculator known as the Antikythera Mechanism. *Nature*, *444*, 587–591. `https://www.nature.com/articles/nature05357#citeas`. doi: https://doi.org/10.1038/nature05357

Gentzen, G. (1969). *The collected papers of Gerhard Gentzen* (M. E. Szabo, Ed.). Amsterdam: North-Holland.

Gentzen, G. (1980). *Badania nad wnioskowaniem logicznym.* Białystok: Wydawnictwo Filii Uniwersytetu Warszawsskiego w Białymstoku. (Tłum. K. Trzęsicki)

Genzten, G. (1934). Untersuchungen über das logische Schließen. *Mathematische Zeitschrift*, *39*, 176–210, 405–431. (Nadesłane 11 VIII 1935: zmiany wprowadzone w lutym 1936. Przedruk w (Berka & Kreiser, 1973a). Polski przekład: (Gentzen, 1980). Tłumaczenie francuskie z komentarzem K. Feysa i J. Ladriera, *Recherches sur la deduction logique,* Paris 1955. Tłumaczenie angielskie: *Investigation into logical deduction*, w (Gentzen, 1969, s. 68–131))

Gluskhov, V. (1966). *Introduction to cybernetics.* New York: Academic Press.

Gottwald, S. (2001). *A treatise on many-vaued logics* (Vol. 9). UCLA Chicano: Research Studies Press. `https://www.researchgate.net/publication/259645593_A_Treatise_on_Many-Valued_Logics`.

Greniewski, H. (1959). *Elementy cybernetyki systemem niematematycznym wyłożone.* Warszawa. (Książka została wydana po angielsku (Greniewski, 1960), po hiszpańsku (Greniewski, 1965a), (Greniewski, 1978), po francusku (Greniewski, 1965b), po niemiecku (Greniewski,

1966). Książka wciąż cieszy się zainteresowaniem i znajduje w sprzedaży.)

Greniewski, H. (1960). *Cybernetics without mathematics.* New York: Pergamon Press. (tłumaczenie (Greniewski, 1959))

Greniewski, H. (1962). Logique et cybernétique de la planification. *Cahiers du Séminaire d'Econométrie*, 115–164. (Praca cytowana przez André Maisseu, przewodniczącego World Council of Nuclear Workers w: *The unquestionable answer for sustainable development: The use of nuclear energy* `http://www.globalsecurity.org/wmd/library/report/2005/art137-teheran2005.htm`)

Greniewski, H. (1965a). *Cibernética sin matemáticas.* Mexico: Fondo de Cultura Económica.

Greniewski, H. (1965b). *Cybernetique sans mathematiques.* Paris: Gauthier-Villars.

Greniewski, H. (1966). *Kybernetische systemtheorie ohne mathematik* (von Georg Klaus, Ed.). Berlin: Dietz.

Greniewski, H. (1969). *Cybernetyka niematematyczna* (Vols. 1–2). Warszawa: PWN.

Greniewski, H. (1978). *Cibernética sin matemáticas.* Agotado: Fondo de Cultura Económica de Espana, S.L.

Hamblin, C. L. (1957). An addressless coding scheme based on mathematical notation. In *Proceedings of the first Australian conference on computing and data processing", Salisbury, South Australia: Weapons research establishment.*

Hamblin, C. L. (1962). Translation to and from Polish notation. *Computing Journal*, *5*, 210–213.

Hamblin, C. L. (1967). An alogorithm for polynominal operations. *The Computer Journal*, *10*, 168–171.

Hamblin, C. L. (1987). *Imperatives.* Oxford: Basil Blackwell.

Hayes, B. (2001, November–December). Third base. *American Scientist*, *89*(6), 490–494. (http://www.americanscientist.org/content/AMSCI/AMSCI/-ArticleAltFormat/20035214317_146.pdf)

Hedger, L. (1998). Analog computation. Everything old is new again. *Indiana University Research & Creativie Activity*, *21*(2).

Hill, D. R. (1991, May). Mechanical engineering in the medieval near east. *Scientific American*, *264*(5), 100–105. `https://www.scientificamerican.com/article/mechanical`

`-engineering-in-the-medie/`.

Interview s konstruktorom troicznoj EWM (interviews with the designer of the ternary computer). (2004). *Upgrade*, *33*(175).

Jadacki, J. J. (2017). The lvov-warsaw school and Austro-German philosophers. Two cases. In A. Brożek, F. Stadler, & J. Woeleński (Eds.), *The significance of the lvov-warsaw school in the european culture* (pp. 93–134). Berlin: Springer.

Jaśkowski, S. (1934). On the rules of supposition in formal logic. *Studia Logica*, *1*. (Wydawnictwo Poświęcone Logice i jej Historii (publications on logic and its history), ed by Jan Łukasiewicz, published by the Philosophical Seminary of the Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Warsaw University. Reprinted in: (McCall, 1967))

Jaśkowski, S. (1936). Recherches sur le systéme de la logique intuitioniste. In *Actes du Congrés International de Philosophie Scientifique* (Vol. 6, pp. 58–61). Paris.

Jaśkowski, S. (1948). Rachunek zdań dla systemów dedukcyjnych sprzecznych. *Studia Societatis Scientiarun Torunesis*, *1*(5), 55–77. (An English translation: (Jaśkowski, 1969))

Jaśkowski, S. (1949). O koniunkcji dyskusyjnej w rachunku zdań dla systemów dedukcyjnych sprzecznych. *Studia Societatis Scientiarum Torunensis (Sectio A)*, *1*(8), 171–172. (An English translation appeared as (Jaśkowski, 1999a), reprinted in (Jaśkowski, 1999a))

Jaśkowski, S. (1969). A propositional calculus for inconsistent deductive systems. *Studia Logica*, *24*, 143–157. (An English translation of (Jaśkowski, 1948) (reprinted in (Jaśkowski, 1999b)))

Jaśkowski, S. (1999a). On the discussive conjunction in the propositional calculus for inconsistent deductive systems. *Logic and Logical Philosophy*, *7*, 57–59. (An English translation of (Jaśkowski, 1949))

Jaśkowski, S. (1999b). A propositional calculus for inconsistent deductive systems. *Logic and Logical Philosophy*, *7*, 35–56. (An English translation of (Jaśkowski, 1949))

Judin, P., & Rozental, M. (1955). *Krótki słownik filozoficzny.* Książka i Wiedza.

Kitab Arshimidas, F. A.-B. (1976). *On the construction of water-clocks.* London: Turner & Devereux. (Edited and translated by D. R. Hill)

Komorowski, J., Pawlak, Z., Polkowski, L., & Skowron, A. (1999). Rough sets: A tutorial. In *Rough fuzzy hybridization: A new trend in decision-making.* Singapore: Springer Verlag.

Kreiser, L., Gottwald, S., & Stelzner, W. (1990). *Nichtklassische Logik. Eine Einführung*. Berlin: Akademie-Verlag.

Kundu, S., & Che, J. (1998). Fuzzy logic and Lukasiewicz logic: a clarification. *Fuzzy Sets and Systems*, *95*(3), 369–379. doi: https://doi.org/10.1016/S0165-0114(96)00268-0

Lange, O. (1970). *Introduction to economic cybernetics*. Oxford: Pergamon Press.

Lavington, S. H. (1980). *Early British computers: The story of vintage computers and the people who built them*. Manchester: Manchester University Press.

Lin, C.-T. (1994). *Neural fuzzy control systems with stucture and parameter learning*. Singapure: World Scientific Publishing C. Pte. Ltd.

Lindenbaum, A. (1929). Méthodes mathématiques dans les recherches sur le système de la théorie de déduction. In S. Banach & K. Kuratowski (Eds.), *Księga pamiątkową pierwszego polskiego zjazdu matematycznego. Lwów, 7–10.IX. 1927.* Kraków: Czcionkami Drukarni Uniwersytetu Jagielońskiego pod zarządem Józefa Filipowskiego. urldelibra.bg.polsl.pl/dlibra/showcontent/publication/edition/24196?id=24196, `https://100latptm.matinf.uj.edu.pl/PTM-dzialalnosc-Izjazd1927.php`. (Na podstawie reprintu wydanego w 2009 roku przez Polskie Towarzystwo Matematyczne `https://www.ptm.org.pl/zjazd/`)

Madey, J., & Sysło, M. M. (2000). Początki informatyki w polsce. *Informatyka*, *9*(10). (Wersja tego opracowania w języku angielskim ukazała się w IEEE Annals of History of Computing. W związku z pięćdziesiątą rocznicą utworzenia IEEE podjęta została inicjatywa opracowania historii początków powstawania komputerów i informatyki w państwach Europy środkowo-Wschodniej. Autorzy opracowania działali w imieniu Polskiego Podkomitetu CEEIC (Central and Eastern European Initiatives Committee))

Malinowski, G. (1993). *Many-valued logics*. Oxford: Clarendon Press.

Manna, Z., & Pnueli, A. (1992). *The temporal logic of reactive and concurrent systems*. New York: Springer.

Marciszewski, W. (1994). A Jaśkowski-style system of computer-assisted reasoning. In J. Woleński (Ed.), *Philosophical logic in poland*. Dordrecht: Kluwer. (Wersja zmieniona: „A System of Suppositional Logic as Embodied in the Proof Checker Mizar MSE" `http://www.calculemus.org/MathUniversalis/3/marc-jas.html`)

Marciszewski, W. (1996). Mizar MSE system — a software for logic. *Mathesis Universalis*(3). http://www.calculemus.org/MathUniversalis/3/index.html.

Marciszewski, W., & Murawski, R. (1995). *Mechanization of reasoning in a historical perspective.* Amsterdam-Atlanta, GA: Edition Rodopi.

Matuszewski, R., & Rudnicki, P. (2005). MIZAR: the first 30 years. *Mechanized Mathematics and its Applications*, *4*(1), 3–24. http://mizar.uwb.edu.pl/people/romat/MatRud2005.pdf.

McCall, S. (Ed.). (1967). *Polish logic 1920–1939.* Oxford: Clarendon Press.

Mills, J., Parker, M., Himebaugh, B., Shue, C., Kopecky, B., & Weilemann, C. (2006). „Empty space" computers: the evolution of an unconventional supercomputer. In *Proceedings of the third conference on computing frontiers* (pp. 115–126). Ischia, Italy. https://www.researchgate.net/publication/221151156_Empty_space_computes_the_evolution_of_an_unconventional_supercomputer. doi: 10.1145/1128022.1128025

Mills, J. W. (1993). Lukasiewicz' insect: The role of continuous-valued logic in a mobile robot's sensors, control, and locomotion. In *Proc. 23rd int. symp. on multiple-valued logic.*

Mills, J. W. (2003). Lukasiewicz' insect: Continuous-valued robotic control after ten years. *International Journal of Multiple-Valued Logic*, *9*(2).

Mills, J. W., Beavers, G. M., & Daffinger, C. A. (1989). *Lukasiewicz logic arrays.* Computer Science Department, , Indiana University.

Moisil, G. C. (1966). *Zastosowanie algebr Łukasiewicza do teorii układów przekaźnikowo-stykowych* (Vol. 1; J. P.-R. Stanisław Piekarczyk, Ed.). Wrocław-Warszawa-Kraków: Zakład Narodowy im. Ossolińskich. (tłum.: Marceli Lewandowski, Marcin Przybyłowicz)

Moisil, G. C. (1967). *Zastosowanie algebr Łukasiewicza do teorii układów przekaźnikowo-stykowych* (Vol. 2; J. P.-R. Stanisław Piekarczyk, Ed.). Wrocław-Warszawa-Kraków: Zakład Narodowy im. Ossolińskich. (tłum.: Marceli Lewandowski, Marcin Przybyłowicz)

Moisil, G. C. (1969). *The algebraic theory of switching circuits.* Jest to tłumacznie książki, która w 1959 r. została wydana po rumuńsku. Ukazały się również tłumaczenie na rosyjski (1963) i czeski: Pergamon Press.

Moisil, G. C. (1972). *Essais sur les logiques non chrysippiennes.* Bucharest: Editions de l'Acad. de la Rép. Soc. de Roumania.

Murray, A. W. (1985). Charles Hamblin (1922–1985). *The Australian Computer Journal*, *17*(4), 194–195.

Łoś, J. (1948). Podstawy analizy metodologicznej kanonów Milla ((t)he foundations of the methodological analysis of Mill's canons). *Annales Universitatis Mariae Curie-Skłodowska. Section F*, 269–301. (Za rok 1947)

Øhrstrøm, P., & Hasle, P. F. V. (1995). *Temporal logic: From ancient ideas to artificial intelligence* (Vol. 57). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Pawlak, Z. (1982). Rough sets. *International Journal of Computer and Information Sciences*, *11*, 341–356.

Pawlak, Z. (1991). *Rough sets: Theoretical aspects of reasoning about data.* Dordrecht: Kluwer Academic Publisher.

Pawlak, Z. (1993). Rough sets: Present state and the future. *Foundations of Computing and Decision Sciences*, *18*, 157–166.

Pearcey, T. (1994). Australian computing: The second generation. In J. M. Bennett, R. Broomham, P. M. Murton, T. Pearcey, & R. W. Rutledge (Eds.), *Computing in Australia: The development of a profession.* Australian Computer Society.

Perzanowski, J. (1999). Fifty years of paraconsistent logics. *Logic and Logical Philosophy*, *7*.

Piotrowski, R. (2009). Słownik filozoficzny po raz 23. *Kultura i wartości*, *6*(2), 137–139.

Pnueli, A. (1977). The temporal logic of programs. In *Proceedings of the 18th IEEE symposium on foundations of computer science* (pp. 46–67). https://www.dimap.ufrn.br/~richard/pubs/dim0436/papers/pnueli_temporal_1977.pdf. doi: 10.1109/SFCS.1977.32

Post, E. (1921). Introduction to a general theory of elementary propositions. *American Journal of Mathematics*, *43*, 163–185. (Jest to skrócona wersja dysertacji doktorskiej przedstawionej na Columbia University w 1920 r. Przedruk w: (van Heijenoort, 1967, 265–283) oraz w (Post, 1994, 21–43))

Post, E. (1994). *Solvability, provability, definability: The collected works of Emil L. Post* (M. Davis, Ed.). Boston, Basel, Berlin: Birkhäuser.

Prior, A. N. (1949). *Logic and the basis of ethics.* Oxford: Clarendon Press.

Prior, A. N. (1955). *Formal logic.* Oxford: Clarendon Press. (2nd ed. 1962)

Prior, A. N. (1996). A statement of temporal realism. In B. J. Copeland (Ed.), *Logic and reality: Essays on the legacy of Arthur Prior.* Oxford: Oxford University Press.

Rescher, N. (1969). *Many-valued logic.* New York.

Rindzevičiūtė, E. (2008). *Constructing soviet cultural policy: Cybernetics and governance in Lithuania after World War II* (No. 437). Linköping: Linköping Studies in Arts and Science. https://www.researchgate.net/publication/267763029_Constructing_Soviet_Cultural_Policy_Cybernetics_and_Governance_in_Lithuania_after_World_War_II.

Rine, D. C. (1977). *Computer science and multiple valued logic. Theory and applications.* Amsterdam: North-Holland Publ. Comp. (2nd rev. ed. 1984)

Rubel, L. A. (1993). The extended analog computer. *Adv. In Appl. Math.*, *14*, 39–50.

Scholz, H. (1931). *Geschichte der Logik.* Berlin: Junker und Dünnhaupt.

Segal, J. (1999). L'introduction de la cybernétique en R. D. A. rencontres avec l'idéologie marxiste (Die Einführung der Kybernetik in der DDR. Begegnung mit der marxistischen Ideologie). In *Proceedings of the XXth International Congress of History of Science (Liege, 20–26 July 1997)* (p. 1999).

Seising, R. (2007). *The fuzzification of systems: The genesis of fuzzy set and its initial applications — developments up to the 1970s* (Vol. 216). Berlin Heidelberg: Springer Verlag. (Original German edition published by Steiner (Franz), 2005)

Shasha, D. E., & Lazere, C. (2010). *Natural computing: DNA, quantum bits, and the future of smart machines.* New York: W. W. Norton & Company.

Tarski, A. (1956). *Logic, semantics, metamathematics. Papers from 1923 to 1938.* Oxford: Clarendon Press. (Translated by J. H. Woodger. Second edition with corrections and emendations (Tarski, 1983, 152–278))

Tarski, A. (1983). *Logic, semantics, metamathematics. Papers from 1923 to 1938* (2nd ed.; J. Corcoran, Ed.). Indianapolis, IN.: Hackett.

Trzęsicki, K. (2005). Arthura Normana Priora związki ze szkołą lwowsko-warszawską. In K. Trzęsicki (Ed.), *Ratione et studio* (pp. 269–288). Białystok: Uniwersytet w Białymstoku.

Trzęsicki, K. (2006). Wkład polskich logików w światową informatykę. *Filozofia Nauki*, *55*(3), 5–19. (Poszerzona i poprawione wersja tej publikacji: http://www.logika.uwb.edu.pl)

Trzęsicki, K. (2016a). Henryk Feliks Greniewski. In *Portrety uczonych. profesorowie uniwersytetu warszawskiego* (pp. 358–367). Warszawa: Monumenta Universitatis.

Trzęsicki, K. (2016b). *Semiotyka i logika dla kognitywistów.* Białystok: Wydawnictwo Uniwersytetu w Białymstoku.

Łukasiewicz, J. (1920a). Logika trójwartościowa. *Ruch Filozoficzny*, *5*, 166–171. (English translation in (Łukasiewicz, 1970))

Łukasiewicz, J. (1920b). On three-valued logic. *Ruch Filozoficzny*, *5*, 170–171. (English translation in (Łukasiewicz, 1970))

Łukasiewicz, J. (1920c). O pojęciu możliwości. *Ruch Filozoficzny*, *5*.

Łukasiewicz, J. (1921). Logika dwuwartościowa. *Przegląd Filozoficzny*, *23*, 189. (Jest to wydanie specjalne „Przeglądu Filozoficznego": Księga pamiątkowa ku uczczeniu Kazimierza Twardowskiego)

Łukasiewicz, J. (1929a). *Elementy logiki matematycznej* (1 ed.). Warszawa. (Skrypt autoryzowany wydany przez Presburgera (?–1943?); II wyd. (Łukasiewicz, 1958). Przekład angielski (Łukasiewicz, 1967).)

Łukasiewicz, J. (1929b). O znaczeniu i potrzebach logiki matematycznej. *Nauka Polska*, *10*, 604–20.

Łukasiewicz, J. (1930). Philosophische Bemerkungen zu mehrwertigen Systemem des Aussgankalkül. *Sprawozdania Towarzystwa Naukowego Warszawskiego Wydział III*, *23*, 51–77. (Tłumaczenie polskie *Uwagi filozoficzne o wielowartościowych systemach rachunku zdań* znajduje się w (Łukasiewicz, 1961, 144–163). Przedrukowane w: (Berka & Kreiser, 1973b).)

Łukasiewicz, J. (1931). Uwagi o aksjomacie Nicoda i «dedukcji uogólniającej». In *Księga pamiątkowa Polskiego Towarzystwa Filozoficznego we Lwowie.* Lwów.

Łukasiewicz, J. (1951). *Aristotle's syllogistic from the standpoint of modern formal logic.* Oxford: Clarendon Press.

Łukasiewicz, J. (1958). *Elementy logiki matematycznej* (2nd ed.). Warszawa: PWN.

Łukasiewicz, J. (1961). *Z zagadnień logiki i filozofii. Pisma wybrane.* Warszawa: Państwowe Wydawnictwo Naukowe. (Wybór, wstęp i przypisy Jerzy Słupecki)

Łukasiewicz, J. (1967). *Elements of mathematical logic* (J. Słupecki, Ed.). Waltham, Mass.: Blaisdell Publishing Company (Ginn and Co.). (Wyd. 1 (Łukasiewicz, 1929a), wyd. 2 (Łukasiewicz, 1958).)

Łukasiewicz, J. (1970). *Selected works* (L. Borkowski, Ed.). Warszawa/Amsterdam: Polish Scientific Publishers/North-Holland Publishing Company.

Łukasiewicz, J., & Tarski, A. (1930). Untersuchungen über den Aussagen-

kalkül. *Sprawozdania Towarzystwa Naukowego Warszawskiego Wydział III*, *23*. (Tłumaczenie polskie w (Łukasiewicz, 1961, 144–163). Tłumaczenie angielskie znajduje się w (Łukasiewicz, 1970, 131–152) oraz w zbiorze prac Tarskiego (1956, 38–59))

Ulmann, B. (2013). *Analog computing*. Berlin: De Gruyter.

van Heijenoort, J. (Ed.). (1967). *From Frege to Gödel. A source book in mathematical logic 1879–1931* (1st ed.). Cambridge Mass.: Harvard University Press. (2nd ed., 1971, 3rd. ed. 1976)

von Neumann, J. (1945). *First draft of a report on the EDVAC* (Tech. Rep.). `http://qss.stanford.edu/~godfrey/vonNeumann/vnedvac.pdf`.

von Neumann, J. (1981). First draft of a report on the EDVAC. In *From ENIAC to UNIVAC: An appraisal of the Eckert-Mauchly computers* (pp. 177–246). Bedford, Massachusetts: Digital Press. `http://qss.stanford.edu/~godfrey/vonNeumann/vnedvac.pdf`.

Williams, G. (1985). A shy blend of logic, maths and languages (obituary of Charles Hamblin). *Morning Herald*.

Woleński, J. (1985). *Filozoficzna szkoła lwowsko-warszawska*. Warszawa: PWN.

Woleński, J. (2005). Dzieje pewnego przypisu. In K. Trzęsicki (Ed.), *Ratione et studio* (pp. 249–268). Białystok: Wydawnictwo Uniwersytetu w Białymstoku.

Woleński, J. (2019). Lvov-Warsaw school. In E. N. Zalta (Ed.), *The Stanford encyclopedia of philosophy* (Winter 2019 ed.). Metaphysics Research Lab, Stanford University. `https://plato.stanford.edu/archives/win2019/entries/lvov-warsaw/`.

Zadeh, L. (1965). Fuzzy sets. *Journal of Information and Control*, *8*, 338–353.